МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

1 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

5 юли 2020 г.

Задача 1. Кой знак трябва да поставим в квадратчето, за да се получи вярно**?** 40 – 20 ☐ 10

Задача 2. Кой знак трябва да поставим в квадратчето, за да се получи вярно? 18 ☐ 2 = 22 – 2?

Задача 3. Колко са числата между 17 и 25, които имат за цифра на единиците цифрата 1?

Задача 4. Лента е дълга 100 см. Колко *сантиметра* трябва да отрежем от нея, за да останат 40 *см*?

Задача 5. Мария има един брат и три сестри. Колко са децата в семейството на Мария?

Задача 6. Подредете по големина числата 20, 40, 60, 50 и 30, като започнете с най-малкото. Кое число ще е в средата?

Задача 7. Подредете по големина числата 14, 11, 12, 9 и 13, като започнете с най-голямото Коя цифра ще е в средата?

Задача 8. Ако запишем всички числа от 24 до 44 колко пъти ще напишем цифрата 3?

Задача 9. Кое число трябва да поставим вместо “?”**?**

$$15 \xrightarrow{-7} \square \xrightarrow{-3} ☺ \xrightarrow{+?} 15$$

Задача 10. И Алекс, и Борис искат да си купят една футболна топка. На Алекс не му достигат 2 долара за да купи топка, а на Борис не му достигат 3 долара. С парите и на двамата също не може да се купи топката – не достига 1 долар. Колко долара струва една топка?

Задача 11. Намислих число. Разменях цифрите на единиците и на десетиците на това число и получих числото 91. Колко е сборът на намисленото число и числото 1?

Задача 12. На три картончета са написани цифрите 0, 1 и 6. Колко са различни двуцифрени числа, които можем да съставим с тези картончета? (сред числата са например 10, 16, 19)

Задача 13. Трите приятелки Ани, Бени и Вени имат по един домашен любимец – или коте, или куче, или зайче. Ани няма коте, а Бени има зайче. Кой е домашния любимец на Вени?

Задача 14. Коя цифра трябва да зачеркнем, така че да се получи най-малък сбор?   40 + 30 + 20

Задача 15. Кое е числото равно на 100 единици - 8 десетици?

Задача 16. За колко едноцифрени числа ● сборът ● + 6
е двуцифрено число?

Задача 17. Пресметнете 1 + 2 - 3 + 4 + 5 – 6 + 7 + 8 – 9 + 10 .

Задача 18. Имам осем детелини. Някои от тях имат по три листенца, а други – по четири. Общо имат 28 листенца. Колко са четирилистните детелини?

Задача 19. Днес е 5 юли и е неделя. Колко петъци още ще има през юли 2020? *Месец юли е един от месеците с най-много дни.*

Задача 20. Четирима ученици имат общо 11 балона и всеки има различен брой балони. Колко балона има ученикът с най-голям брой балони?

МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

2 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

5 юли 2020

Задача 1. Кое число трябва да поставим в квадратчето, за да е вярно равенството? 4.9 = 3.9 + □

Задача 2. Кой от знаците е пропуснат в кръгчето ○? 12 + 4○3 =24

Задача 3. Подредете числата по големина като започнете с най-малкото. Коя е цифрата в средата? 99, 100, 105, 103

Задача 4. Колко са числата, които имат точно 2 десетици?

Задача 5. Коя от цифрите в равенството 36 + 24 трябва да заменим, за да получим сбор 55?

Задача 6. Белите рози са 20, червените рози са с 4 повече от белите, а жълтите рози са 8 пъти по-малко от червените. Колко са всички рози?

Задача 7. И Алекс, и Борис искат да си купят футболна топка на една и съща цена. На Алекс не му достигат 2 долара за да купи топката, а на Борис не му достигат 3 долара за да купи топката. С парите и на двамата също не може да се купи тази топка – не им достига 1 долар. Колко долара струва топката?

Задача 8. Колко пъти отсечка дълга 28 *см* е по-къса от отсечка дълга 56 *см*?

Задача 9. Сборът на няколко числа е 6, а произведението им е 3. Колко са числата?

Задача 10. Поставете всяка от цифрите 1, 2, 7 и 6 в квадратчетата

□ + □ - □ : □,

така че след пресмятането да получите 1. Колко е делителят от израза?

Задача 11. Подредих фигурите така: □∆●. По колко начина е възможно да се подредят, така че нито една да не запази мястото си?

Задача 12. Делимото е едноцифрено число и е с 3 по-голямо от делителя. Делителят е с 3 по-малък от частното. Кой е делителят?

Задача 13. На почетната стълбичка на олимпийските игри застанаха носителите на златен, сребърен и бронзов медал - ***A*, *B*** и ***C***.

A е по-тежък от златния медалист;

B не тежи, колкото сребърният медалист;

Сребърният медалист е по-лек от ***A*.**

Кой е спечелил златния медал?

Задача 14. Колко са квадратите с точно една усмивка?

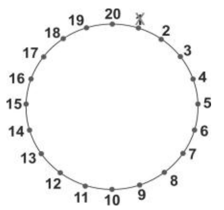
☺		
	☺	
☺		

Задача 15. Кое е числото равно на 1 стотица - 5 десетици + 21 единици?

Задача 16. Оценките ми по математика са шестици и петици – поне по една от всеки вид. Ако сборът от оценките ми е 29, то какъв е броят им?

Задача 17. Три книжки, всяка с по 32 номерирани листи и корици са поставени една върху друга, така че отгоре е заглавието на книжката. Колко са страниците между първа страница на книжката, върху която са поставени другите две, и последната страница на книжката, която е най-отгоре?

Задача 18. Числата от 1 до 20 са записани в кръг, както е показано на чертежа. Първо изтрих числото 1 и след това изтривах числата по посока на часовниковата стрелка през едно число – 3, 5, 7 и така нататък. Кое е последното число, което ще остане без да може да бъде изтрито?



Задача 19. Пресметнете израза

1 + 2 – 3 + 4 + 5 – 6 + 7 + 8 – 9 + ... + 19 + 20 – 21 + 22.

<u>**Упътване**</u>: 1 + 2 – 3 + 4 + 5 – 6 + 7 + 8 – 9 + ...+ 19 + 20 - 21 =

= (1 + 2 – 3) + (4 + 5 – 6) +(7 + 8 – 9) +…+ (19 + 20 - 21).

Задача 20. Кое е пропуснатото число в равенството

8 + 8 + 8 + 8 = 1 **.** □ + 31 ?

МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

3 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

Задача 1. Колко са числата от 1 до 71, които се делят или на 5, или на 7?

Задача 2. Кое едноцифрено число се дели на най-много числа?

Задача 3. Да се пресметне:

$$1 . 2 + 2 . 3 + 2. 4 + 2 . 5 + 2. 7 – 2.20$$

Задача 4. Колко различни цифри можем да поставим в квадратчето □**,**
за да НЕ е вярно:

$$70\square > 706 \quad ?$$

Задача 5. Кое е най- голямото двуцифрено число, което при деление на 6 дава частно 12?

Задача 6. Пресметнете ■ - 100 + ▲, ако

$$125 + 116 = \blacktriangle$$

$$875 - 216 = \blacksquare$$

Задача 7. Сборът на няколко естествени числ е 7. Колко е най-голямото възможно произведение на тези числа?

(*Естествени са числата 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...***)**

Задача 8. За 4 естествени числа знаем, че:

●Нито едно от тях не е 2;

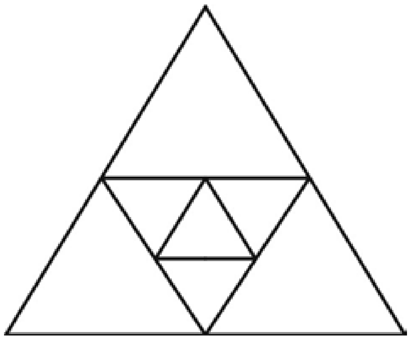
●Сборът им е 15;

●Произведението им е 72.

Кое е най-голямото сред тези числа?

Задача 9. С колко най-малко разрязвания на всеки шоколад можем да разделим 5 еднакви шоколада, всеки съставен от по 28 парченца, поравно между 7 деца?

Задача 10. Колко са триъгълниците на фигурата?



Задача 11. Да се намери последната цифра на числото, равно на сбора на числата, които се делят на 3 и са по-малки от 30.

Задача 12. Срещнали се 4 деца: Адам, Боби, Чарли и Даниел. Адам се ръкувал с 3 от тези деца, Боби - с 2, а Чарли – с 1. С колко деца се е ръкувал Даниел?

Задача 13. Едно трицифрено число е записано с цифрите 1, 2 и 3. Цифрата 1 не е цифра на стотиците, а цифрата 3 не е до 2. Кое е числото?

Задача 14. Съд пълен с вода тежи 21 *кг,* а пълен наполовина – колкото 4 празни съда. Колко *кг* тежи този съд, когато е празен?

Задача 15. Правоъгълник със страни 12 см и 30 см е разрязан на еднакви квадрати със страни цели числа сантиметри. Колко е най-малкият им брой?

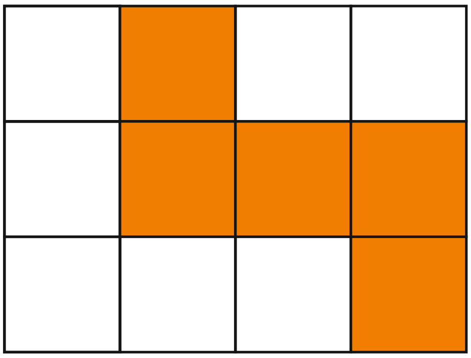
Задача 16. Естествените числа от 1 до 22 са записани по едно на картичка. Колко най-малко от тези картички трябва да вземем, без да гледаме, за да сме сигурни, че сред тях има поне 2, които се делят на 4?

Задача 17. Зачеркнете една цифра в произведението

$$1.2.3.4.5.6.7.8.9.10,$$

за да получите, след вярно пресмятане, най-малко възможно произведение.

Задача 18. Правоъгълник е разрязан на 12 еднакви квадратчета. Обиколката на оцветената фигура е 60 см. Колко сантиметра е обиколката на правоъгълника?



Задача 19. В един месец има пет четвъртъка.

В кой ден от седмицата е възможно да започва месеца?

Задача 20. Кое е числото, което трябва да поставим в квадратчето, така че да е вярно:

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 = 26.\square$?

МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

4 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

Задача 1. Колко са числата от 1 до 710, които на се делят или на 5, или на 7?

Задача 2. Кои едноцифрени числа се делят с остатък 0 на нечетен брой различни естествени числа?

Задача 3 Да се пресметне:

$$11 \,.\, 111 + 12 \,.\, 111 + 13 \,.\, 111 + 4 \,.\, 111 - 10 \,.\, 444.$$

Задача 4. Колко различни цифри можем да поставим в квадратчето □,
за да не е вярно:

$$700\square > 7006 \quad ?$$

Задача 5. Кое е най- голямото число, което при деление на 101 дава частно 10?

Задача 6. Пресметнете ■ - 200 + ▲, ако

125 + 116 = ▲

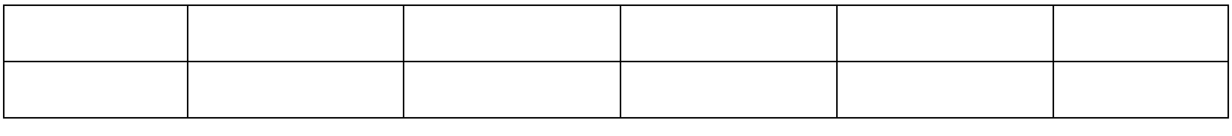
875 - 216 = ■

Задача 7. Сборът на няколко числа е 7. Колко е най-голямото възможно произведение на тези числа?

Задача 8. Произведението на 4 естествени числа е 72. Сборът на тези числа е 15 и нито едно от тях не е 2. Тогава най-голямото сред тези числа е:

Задача 9. С колко най-малко разрязвания на всеки шоколад можем да разделим 5 еднакви шоколада, всеки съставен от по 28 парченца, поравно между 7 деца?

Задача 10. Колко са правоъгълниците на фигурата?



Задача 11. Да се намери предпоследната цифра на числото, равно на произведението на всички естествени числа от 3 до 13.

Задача 12. Срещнали се 4 деца: Адам, Боби, Чарли и Даниел. Адам се ръкувал с 3 от тези деца, Боби - с 2, а Чарли – с 1. С колко деца се е ръкувал Даниел?

Задача 13. Лицето на квадрат е *A* кв. см. След утрояване на всяка от страните му се е получил друг квадрат с лице 729 кв. см. Пресметнете *A*?

Задача 14. Съд пълен с вода тежи 69 *кг,* а пълен наполовина – колкото 12 празни съда. Колко *кг* тежи този съд, когато е празен?

Задача 15. Правоъгълник със страни 18 см и 30 см е разрязан на еднакви квадрати със страни цели числа сантиметри. Колко е най-малкият им брой?

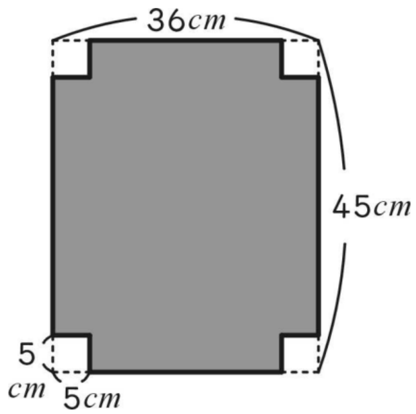
Задача 16. Колко най-малко естествени числа от 1 до 100 трябва да бъдат избрани на случаен принцип, така че сред тях да има със сигурност две числа, сборът на които е 160?

Задача 17. Зачеркнете две цифри в

$$91.92.93.94.95.96.97.98.99.101,$$

за да получите най-малко възможно произведение.

Задача 18. По данните от чертежа пресметнете в квадратни сантиметри лицето на затъмнената фигура, получена от правоъгълник с изрязване на 4 еднакви квадрата?



45.36 – 4.5.5 =4.5. (81 - 5) =20.76 = 1520 *кв. см*

Задача 19. В един месец има пет четвъртъка. В кой ден от седмицата е възможно да започва месеца?

Задача 20. Кое е числото, което трябва да поставим в квадратчето, така че да е вярно:

101 + 103 + 105 + 107 + 109 + 111 + 115 +117 + 119 + 121 + 123 + 125 =126. □?

МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

5 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

Задача 1. Да се пресметне x, ако

$$\frac{1+2\times 2+3\times 3+4\times 4}{3\times 3+6\times 6+9\times 9+12\times 12}=\frac{1}{x}.$$

Задача 2. Колко са целите числа от 1 до 11, които имат нечетен брой делители?

Задача 3. Да се пресметне $2-(0{,}0025:50+1{,}99995)$..

Задача 4. Да се пресметне сбора на делителите на 403.

Задача 5. Започнах да записвам нечетните исла едно след друго нечетните числа от 1 нататък и спрях точно когато на дъската записах две цифри 9 една до друга. Колко са записаните цифри преди двете цифри 9?

Задача 6. Кое е най-малкото трицифрено число, което при делението и на 4, и на 5, и на 6 дава остатък 1?

Задача 7. Един търговец закупил стока от борсата и определил цена, на която възнамерявал да я продаде в собствения си магазин, за да реализира 20 % печалба. По-късно той намалил цената с 10% и продал стоката при новата цена. Колко процента е реализираната печалба?

Задача 8. Иван записал всички естествени числа от 1 до 201 включително. От записаните числа Петър изтрил тези, които се делят на 3 и на 5. Колко числа са останали неизтрити?

Задача 9. С колко най - малко знака „+“ поставени вляво на записа ще получим вярно числово равенство?

$$\underbrace{222\ldots2}_{29\ \textit{цифри}\ 2}=2020$$

Задача 10. Колко са правилните несъкратими дроби със знаменател 20?

Задача 11. Правоъгълник със страни 18 см и 45 см е разрязан на еднакви квадрати със страни цели числа сантиметри. Колко е най-малкият им брой?

Задача 12. Диагоналите AC и BD на един четириъгълник $ABCD$ са взаимно перпендикулярни и имат дължини съответно 10 см и 8 см. Ако диагонала AC разполовява диагонала BD, пресметнете лицето на четириъгълника $ABCD$ в квадратни сантиметри.

Задача 13. Стените на куб с ръб 6 см били боядисани, след което кубът бил нарязан на кубчета с ръб 1 см. Колко от малките кубчета имат поне една боядисана стена?

Задача 14. Точките A, B и C лежат на една права, така че:

- Разстоянието от точката A до точката B е 6 *см;*
- Разстоянието от точката C до точката A е 2 *см;*
- Разстоянието между средите на отсечките AB и AC е 2 см.

Колко сантиметра е дължината на отсечката BC?

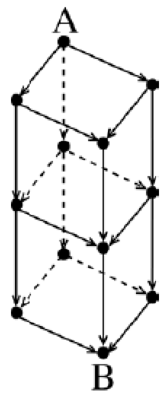
Задача 15. Равнобедрените триъгълници с дължини цели числа сантиметри и с обиколка 16 см са три. Колко сантиметра е най- голямата сред страните на тези триъгълници?

(С три отсечки може да се построи триъгълник, ако сборът на дължините на всеки две от тях е по-голям от дължината на третата.)

Задача 16. Да се намери броят на всички трицифрени числа, за които при изтриване само на първата цифра се получава точен квадрат, а при изтриване само на последната цифра се получава просто число.

Задача 17. С колко цифри се записва най-малкото естествено число, което се записва само с цифрите 0 и 1, и което се дели на 72?

Задача 18. По колко начина може да се спуснем от A до B, движейки се само по стрелките?



Задача 19. В един клас $\frac{2}{7}$ от момичетата могат да плуват, а $\frac{1}{9}$ от децата, които могат да плуват, са момичета. Ако 10 момичета не могат да плуват, колко са момчетата, които умеят да плуват?

Задача 20. За произведението 1 . 2 . 3 ... n се използва знакът n! (чете се ен - факториел).

Например : 5! == 1 . 2 . 3 . 4 . 5 = 120.

За колко стойности на n числото равно на n! Завършва на точно на 5 нули?

МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

6 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

Задача 1. Да се пресметне

$$\underbrace{(-1) \times (-1)^2 \ldots \times (-1)^{30}}_{30}.$$

Задача 2. Ако $\pi < x < 2\pi$, намерете стойността на израза $|x-3| + |x-7|$.

Задача 3 . Пресметнете A, ако $0{,}3(68) = \frac{A}{225}$.

Задача 4. Да се пресметне сбора на простите числа, които са делители на 1209.

Задача 5. Започнах да записвам нечетните исла едно след друго нечетните числа от 1 нататък и спрях точно когато на дъската записах две цифри 9 една до друга. Колко са записаните цифри преди двете цифри 9?

Задача 6. Кое е най-малкото трицифрено число, което при делението и на 4, и на 5, и на 14 дава остатък 1?

Задача 7. Един търговец закупил стока от борсата и определил цена, на която възнамерявал да я продаде в собствения си магазин, за да реализира 20 % печалба. По-късно той намалил цената с 10% и продал стоката при новата цена. Колко процента е реализираната печалба?

Задача 8. Иван записал всички естествени числа от 1 до 201 включително. От записаните числа Петър изтрил тези, които се делят на 3 и на 5. Колко числа са останали неизтрити?

Задача 9. С колко най - малко знака „+“ поставени вляво на записа ще получим вярно числово равенство? $\underbrace{222\ldots2}_{29\ \text{цифри}\ 2} = 2020$

Задача 10. Колко са правилните несъкратими дроби със сбор на числител и знаменател 21?

Задача 11. Правоъгълник със страни 18 см и 45 см е разрязан на еднакви квадрати със страни цели числа сантиметри. Колко е най-малкият им брой?

Задача 12. Диагоналите AC и BD на един четириъгълник $ABCD$ са взаимно перпендикулярни и имат дължини съответно 10 см и 8 см. Ако диагонала AC разполовява диагонала BD, пресметнете лицето на четириъгълника $ABCD$ в квадратни сантиметри.

Задача 13. Стените на куб с ръб 6 см били боядисани, след което кубът бил нарязан на кубчета с ръб 1 см. Колко от малките кубчета имат поне една боядисана стена?

Задача 14. Точките *A, B* и *C* лежат на една права, така че:

- Разстоянието от точката *A* до точката *B* е 6 *см;*
- Разстоянието от точката *C* до точката *A* е 2 *см;*
- Разстоянието между средите на отсечките *AB* и *AC* е 2 см.

Колко сантиметра е дължината на отсечката *BC*?

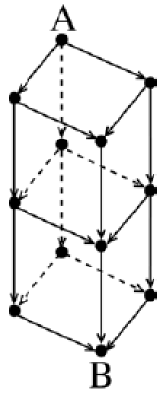
Задача 15. Равнобедрените триъгълници с дължини цели числа сантиметри и с обиколка 16 см са три. Колко сантиметра е най- голямата сред страните на тези триъгълници?

(С три отсечки може да се построи триъгълник, ако сборът на дължините на всеки две от тях е по-голям от дължината на третата.)

Задача 16. Да се намери броят на всички трицифрени числа, за които при изтриване само на първата цифра се получава точен квадрат, а при изтриване само на последната цифра се получава просто число.

Задача 17. С колко цифри се записва най-малкото естествено число, което се записва само с цифрите 0 и 1, и което се дели на 72?

Задача 18. По колко начина може да се спуснем от *A* до *B*, движейки се само по стрелките?



Задача 19. В един клас $\frac{2}{7}$ от момичетата могат да плуват, а $\frac{1}{9}$ от децата, които могат да плуват, са момичета. Ако 10 момичета не могат да плуват, колко са момчетата, които умеят да плуват?

Задача 20. За произведението 1 . 2 . 3 ... *n* се използва знакът n! (чете се ен - факториел).

Например: 5! == 1 . 2 . 3 . 4 . 5 = 120.

За колко стойности на *n* числото равно на *n*! завършва на точно на 11 нули?

МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

7 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

Задача 1. Да се пресметне $\underbrace{(-1)\times(-1)^2 \ldots \times(-1)^{30}}_{30}$.

Задача 2. Ако $\pi < x < 2\pi$, намерете стойността на израза $|x-3| + |x-7|$.

Задача 3. Пресметнете $\boldsymbol{A}$, ако

$$\frac{1}{1}+\frac{0,5}{1+2}+\frac{0,5}{1+2+3}+\cdots+\frac{0,5}{1+2+\cdots+18+19}+\frac{0,5}{1+2+\cdots+19+20} = = 1\frac{\boldsymbol{A}}{42}.$$

Задача 4. Да се пресметне сбора на простите числа, които са делители на 1209.

Задача 5. Започнах да записвам нечетните исла едно след друго нечетните числа от 1 нататък и спрях точно когато на дъската записах две цифри 9 една до друга. Колко са записаните цифри преди двете цифри 9?

Задача 6. Кое е най-малкото трицифрено число, което при делението и на 4, и на 5, и на 14 дава остатък 1?

Задача 7. Един търговец закупил стока от борсата и определил цена, на която възнамерявал да я продаде в собствения си магазин, за да реализира 20 % печалба. По-късно той намалил цената с 10% и продал стоката при новата цена. Колко процента е реализираната печалба?

Задача 8. Иван записал всички естествени числа от 1 до 201 включително. От записаните числа Петър изтрил тези, които се делят на 3 и на 5. Колко числа са останали неизтрити?

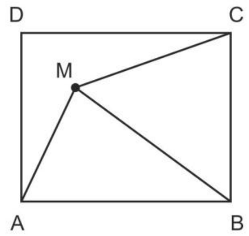
Задача 9. С колко най - малко знака „+“ поставени вляво на записа ще получим вярно числово равенство? $\underbrace{222\ldots2}_{29\ \text{цифри}\ 2} = 2020$

Задача 10. Колко са правилните несъкратими дроби със сбор на числител и знаменател 21?

Задача 11. Правоъгълник със страни 18 см и 45 см е разрязан на еднакви квадрати със страни цели числа сантиметри. Колко е най-малкият им брой?

Задача 12. Във вътрешността на квадрат *ABCD* е взета точка *M* така, че

$$\sphericalangle MAD : \sphericalangle MBA : \sphericalangle MCD = 2:4:7.$$



Пресметнете $\sphericalangle MCA$.

Задача 13. Стените на куб с ръб 6 см били боядисани, след което кубът бил нарязан на кубчета с ръб 1 см. Колко от малките кубчета имат поне една боядисана стена?

Задача 14. Точките *A, B* и *C* лежат на една права, така че:

- Разстоянието от точката *A* до точката *B* е 6 *см;*
- Разстоянието от точката *C* до точката *A* е 2 *см;*
- Разстоянието между средите на отсечките *AB* и *AC* е 2 см.

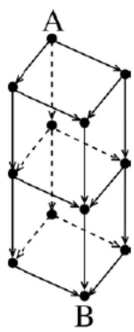
Колко сантиметра е дължината на отсечката *BC*?

Задача 15. Равнобедрените триъгълници с дължини цели числа сантиметри и с обиколка 16 см са три. Колко сантиметра е най- голямата сред страните на тези триъгълници? (С три отсечки може да се построи триъгълник, ако сборът на дължините на всеки две от тях е по-голям от дължината на третата.)

Задача 16. Изразът $y^2x - x^2y + x^2z - xz^2 + yz^2 - y^2z$ се разлага на произведение на три множителя от първа степен. Посочете един от тях.

Задача 17. С колко цифри се записва най-малкото естествено число, което се записва само с цифрите 0 и 1, и което се дели на 72?

Задача 18. По колко начина може да се спуснем от *A* до *B*, движейки се само по стрелките?



Задача 19. В един клас $\frac{2}{7}$ от момичетата могат да плуват, а $\frac{1}{9}$ от децата, които могат да плуват, са момичета. Ако 10 момичета не могат да плуват, колко са момчетата, които умеят да плуват?

Задача 20. За произведението 1 . 2 . 3 ... *n* се използва знакът *n*! (чете се ен - факториел).

Например: 5! == 1 . 2 . 3 . 4 . 5 = 120. За колко стойности на *n* числото равно на *n*! завършва на точно на 11 нули?

МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

Задача 1. Кое е най-голямото цяло отрицателно число *x*, ако $|x| \geq \sqrt{11}$?

Задача 2. За колко едноцифрени числа *x* *числото* $\sqrt{x}$ е рационално?

Задача 3. Пресметнете $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} : (1-\sqrt{2}) + 1$.

Задача 4. На коя степен трябва да повдигнем 16^{16} за да получим 64^{64}**?**

Задача 5. Върху окръжност са отбелязани 8 точки. Колко е най-големият брой правоъгълни триъгълници с върхове дадените точки?

Задача 6. Преди 2 години *A* е бил на два пъти повече години от *B*, а преди три години *B* е бил три пъти по-млад от *A*. На колко години е *A* сега?

Задача 7. За кои цели числа *n* може да се твърди, че $6n + 1$ се дели на $3n + 2$?

Задача 8. Пресметнете остатъкът при делението на $3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{2019} + 3^{2020}$ на 13.

Задача 9. По колко начина можем да поставим 26 литра сок в общо 10 бутилки от по 1 литър, 3 литра и 5 литра като използваме и от трите вида бутилки?

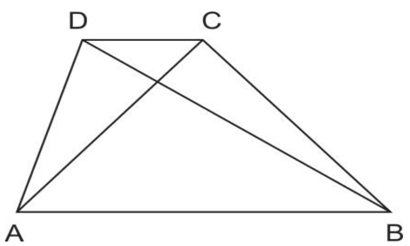
Задача 10. Коя е най-малката стойност на израза

$$a^2 + 2a + 9b^2 + 30b + 2020?$$

Задача 11. Ако N и M са естествени числа, такива че $N\sqrt{2} - \sqrt{8} + M = 1$, пресметнете $N + M$.

Задача 12. (*по мотиви на задача от Йохан Бутев живял през 16 век*) Цената на 9 ябълки, намалена с цената на една круша, възлиза на 13 денара, а цената на 15 круши намалена с цената на една ябълка, възлиза на 6 денара. Колко трябва да заплатя за една ябълка и една круша?

Задача 13. Диагоналите на трапец по разделят на четири триъгълника, три от лицата на които са 4, 6 и 9 кв. см. Определете лицето на трапеца.



Задача 14. Колко е броят на реалните корените на уравнението $x^3 + |x| = 0$.

Задача 15. Изразът $y^2x - x^2y + x^2z - xz^2 + yz^2 - y^2z$ се разлага на произведение на три множителя от първа степен. Посочете един от тях.

Задача 16. Числата 187 и 219 дават един и същ остатък 11 при делението на числото x? Числото x е:

Задача 17. Четири деца *A*, *B*, *C* и *D* трябва да подредим в редица така, че *A* и *B*, както и *C* и *D*, да са винаги един до друг. По колко начина можем да направим това?

Задача 18. Нека $a = \sqrt{2} - 1$. Пресметнете сборът на реципрочното и на противоположното на числото a.

Задача 19. Ако всеки от ъглите на четириъгълник е средноаритметично на останалите три ъгъла, пресметнете най-големия ъгъл.

Задача 20. Многочленът $x^2 + 5x + 6$ се записва във вида $A.(x-2)^2 + B.(x-2) + C$.

Тогава стойността на $A + B + C$ е:

МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9-12 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

Задача 1. Кое е най-голямото цяло отрицателно число *x*, ако $|x| \geq \sqrt{11}$?

Задача 2. За колко едноцифрени числа *x* *числото* $\sqrt{x}$ е рационално?

Задача 3. Пресметнете $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} : (1-\sqrt{2}) + 1$.

Задача 4. На коя степен трябва да повдигнем 16^{16} за да получим 64^{64}**?**

Задача 5. Върху окръжност са отбелязани 8 точки. Колко е най-големият брой правоъгълни триъгълници с върхове дадените точки?

Задача 6. Преди 2 години *A* е бил на два пъти повече години от *B*, а преди три години *B* е бил три пъти по-млад от *A*. На колко години е *A* сега?

Задача 7. За кои цели числа *n* може да се твърди, че $6n+1$ се дели на $3n+2$?

Задача 8. Пресметнете остатъкът при делението на $3+3^2+3^3+\cdots+3^{2019}+3^{2020}$ на 13.

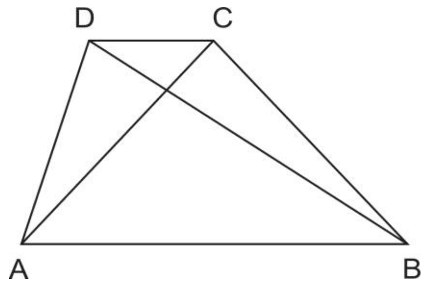
Задача 9. По колко начина можем да поставим 26 литра сок в общо 10 бутилки от по 1 литър, 3 литра и 5 литра като използваме и от трите вида бутилки?

Задача 10. Коя е най-малката стойност на израза

$$25a^2+20a+9b^2+30b+2020?$$

Задача 11. Ако N и M са естествени числа, такива че $N\sqrt{2}-\sqrt{8}+M=1$, пресметнете $N+M$.

Задача 12. Диагоналите на трапец по разделят на четири триъгълника, три от лицата на които са 4, 6 и 9 кв. см. Определете лицето на трапеца.



Задача 13. Колко са реалните корените на уравнението $x^3 - |x| = 0$?

Задача 13. Колко са реалните корените на уравнението $x^3 - |x| = 0$?

Задача 14. Изразът $y^2x - x^2y + x^2z - xz^2 + yz^2 - y^2z$ се разлага на произведение на три множителя от първа степен. Посочете един от тях.

Задача 15. Многочленът $x^2 + x + 1$ се записва във вида $A.(x-2)^2 + B.(x-2) + C$. Пресметнете $A + B + C$.

Задача 16. Числата 201 и 235 дават един и същ остатък 14 при делението на числото x? Кое е числото x?

Задача 17. Ако $\frac{4}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = A + \sqrt{2} - \sqrt{6}$, пресметнете A.

Задача 18. Броят на диагоналите на изпъкнал N – ъгълник е 2015. Определете числото N.
Упътване: $\sqrt{16\,129} = 127$.

Задача 19. Коя може да бъде последната цифра (цифрата на единиците) на квадрата на цяло число, ако предпоследната цифра (цифрата на десетиците) е нечетна?

Задача 20. Да се пресметне лицето на триъгълник с дължини на медианите 9, 12 и 15.

2 клас

Задача	Отговор	Решение
1	**9**	$36 = 27 + \square \Rightarrow \square = 36 - 27 \Rightarrow \square = 9$
2	**умножение**	От 12 + 4 .3 = 24, следва че пропуснати са знакът за УМНОЖЕНИЕ.
3	**1**	$\underbrace{99100}_{5}\mathbf{1}\underbrace{03105}_{5}$
4	**10**	Това са числата 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, и 29. Броят им е 10.
5	**6**	36 + 24 = 60 ; е. за да получим сбор 55, в първото събираемо цифрата на единиците 6 трябва да заменим с 1.
6	47	Червените са 20 + 4 = 24, жълтите са 24 : 8 = 3, общо розите са 20 + 24 + 3 = 47.
7	**4**	Ако топката струва 6 долара, тогава Алекс има 4 долара, а Борис – 3 долара. Заедно ще имат 7 долара, което стига за закупуването на 1 топка. Ако топката струва 5 долара, тогава Алекс има 3 долара, а Борис – 2 долара. Заедно ще имат 5 долара, което стига за закупуването на 1 топка. Топката струва 4 долара. Наистина тогава Алекс и Борис имат съответно 1 и 2 долара и общо с 1 долар по-малко, отколкото цената на топката.
8	2	56 = 28 + 28 = 2.28
9	4	$3 = 3.1.1.1 \Longrightarrow 3 + 1 + 1 + 1 = 6$. Числата са 4.
10	1	От 2 + 6 – 7 : 1 = 1, следва че делителят е 1, а делимото е 7.
11	2	Ако подредбата е *□* ⟹ ●□∆ Ако подредбата е ** □ ⟹ ∆●□
12	1	Ако делимото е 9, тогава делителят е 9 - 3 = 6. Делението е невъзможно. Ако делимото е 8, тогава делителят е 5. Делението е невъзможно.

		Ако делимото е 7, тогава делителят е 4. Делението е невъзможно. Ако делимото е 6, тогава делителят е 3. Частното е 2, и е с 1 по-малко от делителя. Ако делимото е 5, тогава делителят е 2. Делението е невъзможно. Ако делимото е 4, тогава делителят е 1. Частното е 4. Това е търсеното деление. Делителят е 1. Ако делимото е 3, тогава делителят е 0. Делението е невъзможно.
13	В	От първото и третото твърдение, получаваме че А е спечелил бронзов медал, От второто твърдение следва, че В не е със сребърен. В е златен медалист, защото А е бронзов медалист а В – не е сребърен.
14	5	Три квадрата 1×1 съдържат по една усмивка; по една усмивка съдържат и два квадрата 2×2. Общо 5 квадрата имат по една усмивка.
15	71	1 стотица - 5 десетици + 21 единици = 100 – 50 + 21 = 71..
16	5	От единственото представяне на 29 като сбор от 6 и 5 : 29 = **4** . 6 + **1** . 5 , следва че броят на оценките ми е 5. .
17	64	32 листа = 64 страници
18	8	Числата са изтрити по следния ред: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 2, 6, 10, 14, 18, 4, 12, 20, 16 Последното останало число е 8.
19	85	1 + 2 – 3 + 4 + 5 – 6 + 7 + 8 – 9 + ...+ 25 + 26 - 27 = = (1 + 2 – 3) + (4 + 5 – 6) +(7 + 8 – 9) +…+ (19 + 20 - 21) = 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 22 = 85
20	1	8 + 8 + 8 + 8 = 1.☐ + 31 ⇒ 32 = 1.☐ + 31 ⇒1.☐ = 1 ⇒ ☐ = 1.

3 клас

Задача	Отговор	Решение
1	22	Числата, които се делят на 5 са: 5, 10, 15, ..., 35, ..., 70 – те са 14. Числата, които се делят на 7 са: 7, 14, 21, .., 35, ..., 63, 70 – те са 10 на брой. Числата, които се делят, или на 5, или на 10 са 14 + 10 – 2 = 22.
2	**0**	0 се дели на всяко число.
3	0	1 . 2 + 2 . 3 + 2. 4 + 2 . 5 + 2. 7 – 2.20 = 2.(1 + 3 + 4 + 5 + 7 - 20) = 0 .
4	7	Не е вярно за 0, 1, ..., 6; Вярно е за 7, 8 и 9. 700 < 706, 701 < 706, 702 < 706, 703 < 706, 704 < 706, 705 < 706, 706 = 706, 707 > 706, 708 > 706, 709 > 706
5	77	Частното е 12, а остатъка трябва да е възможно най-голям: 5. Търсеното число е 6.12 + 5 = 77.
6	800	125 + 116 = ▲ 875 - 216 = ■ ⟹ ■ + ▲ = 125 + 875 +116 – 216 = 900⟹ ■ - 100 + ▲ = 800
7	12	7= 6 + 1 = 5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 4 + 3 = 4 + 2 +1 = 4 + 1 + 1 + 1= 3 + 3 + 1 = 3 + 2 + 2 = 3 + 2 + 1 + 1 = 3 + 1 + 1 + 1+ 1 = 2 + 2 + 2 + 1 = 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 +1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 +1 . Най-голямото произведение е 12 и се постига при 4 + 3 и 3 + 2 + 2.
8	8	От 15 = 8 + 3 +3 + 1 = 6 + 6 + 2 +1 = 9 + 2 + 2 + 2, следва, че търсеното число е 8.
9	6	Броят на всички парченца на петте шоколада е 5.28 =140. Следователно всяко дете трябва да получи по 140:7=20 парченца. От един шоколад можем да получим с 1 разрязване 20 парченца + още 8. Така на 5 деца ще можем да дадем по 20 парченца, но остават още две деца и 5 части, всяка с по 8 парченца. На всяко от двете деца даваме по 2 части с по 8 парченца, а петата част, която е от 8 парченца разделяме на две части по 4 парченца. Общо разрязванията са 5 + 1 = 6.
10	9	
11	5	3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 + 24 + 27 = (3 + 27) + (6 + 24) +(12 + 18) + 15 = 30 + 30 + 30 + 15

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>12</td><td>2</td><td>
<table>
<tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr>
<tr><td>A</td><td></td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr>
<tr><td>B</td><td>+</td><td></td><td>–</td><td>+</td></tr>
<tr><td>C</td><td>+</td><td>–</td><td></td><td>–</td></tr>
<tr><td>D</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td></td></tr>
</table>
Ако съберем броя на ръкуванията числото трябва да се дели на 2, защото всяко ръкуване се брои два пъти.
В случая броя на ръкуванията са $6 + x$.
С x означаваме броя на ръкуванията на Дейвид. Числото x не може да е по-голямо от 3.
От числата 0, 1, 2 и 3 само за 0 и за 2
$6 + x$ може да се дели на2.
Но x не може да е 0, защото Адам се е ръкувал с всички деца. Тогава $x = 2$.
Дейвид се е ръкувал с 2 деца.
</td></tr>
<tr><td>13</td><td>312 ; 213</td><td>Числото е или *1* или **1.
Ако числото е *1*, тогава числото е или 312 или 213.
Ако числото е **1, тогава цифрата 3 и цифрата 2 са една до друга, което означава че 1 не е цифра на единиците.</td></tr>
<tr><td>14</td><td>3</td><td>Теглото на водата в наполовина пълен съд е колкото 3 празни съда, а теглото на водата в пълен съд е колкото 6 празни съда. Съдът пълен с вода тежи колкото 7 празни съда.
Тогава един празен съд тежи 21 : 7 = 3 кг</td></tr>
<tr><td>15</td><td>10</td><td>Най-голямото цяло число, което дели и 12, и 30 е 6.
Тогава броят на квадратите ще е (12:6).(30:6) = 2.5 = 10.</td></tr>
<tr><td>16</td><td>19</td><td>Броят на числата е 20. Сред тях 5 се делят на 4 с остатък 0, 6 – с остатък 1, 6 – с остатък 2 и 5– с остатък 3.
Трябва да вземем $6 + 6 + 5 + 2 = 19$
картички, за да сме сигурни, че сме взели две, с числа върху тях, които се делят на 4.</td></tr>
<tr><td>17</td><td>0</td><td>1.2.3.4.5.6.7.8.9.0= 0
Зачеркваме 1.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>18</td><td>70</td><td>Обиколката на фигурата е 12 страни на малкото квадратче. Тогава една страна е 60 : 12 = 5 см.
Обиколката на правоъгълника е 14 страни на малкото квадратче – 70 см.</td></tr>
<tr><td>19</td><td>Вторник, сряда, четвъртък</td><td>Решение:
<table>
<tr><th>Ако месеца започва в</th><th>Тогава ще има със сигурност 4 пълни седмици</th><th>За да има 5 четвъртъка</th></tr>
<tr><td>понеделник</td><td>От понеделник до неделя има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има още 4 дни: понеделник, вторник, сряда, четвъртък.
Това не е възможно, защото дните от месеца не може да са 4.7 + 4 = 32.</td></tr>
<tr><td>вторник</td><td>От вторник до понеделник има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 3 дни: вторник, сряда, четвъртък.
Това е възможно, защото дните от месеца са поне
4.7 + 3 = 31</td></tr>
<tr><td>сряда</td><td>От сряда до вторник има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 2 дни: сряда, четвъртък.
Това е възможно. Възможно е дните от месеца са поне
4.7 + 2 = 30.</td></tr>
<tr><td>четвъртък</td><td>От четвъртък до сряда има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 1 ден: четвъртък.
Това е възможно. Възможно е дните от месеца да са поне
4.7 + 1 = 29.</td></tr>
<tr><td>петък</td><td>От петък до четвъртък има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 7 дни: петък, събота, неделя, понеделник, вторник, сряда, четвъртък.
Това не е възможно. Невъзможно е дните от месеца да са поне 4.7 + 7 = 35.</td></tr>
<tr><td>събота</td><td>От събота до петък има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 6 дни: събота, неделя, понеделник, вторник, сряда, четвъртък.
Това не е възможно. Невъзможно е дните от месеца да са поне 4.7 + 6 = 34.</td></tr>
<tr><td>неделя</td><td>От неделя до събота има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 5 дни: неделя, понеделник, вторник, сряда, четвъртък.
Това не е възможно. Невъзможно е дните от месеца да са поне 4.7 + 5 = 33.</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>20</td><td>6</td><td>1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23+ 25
= (1+25) + (3 + 23) + (5 + 21) + (7 + 19) + (9 + 17) + (11 + 15) =
= 26 + 26 + 26 + 26 + 26 + 26 = 6.26.</td></tr>
</table>

4 клас

Задача	**Отговор**	**Решение**
1	223	Числата, които се делят на 5 са 142. Числата, които се делят на 7 са те са 101 на брой. Числата, които се делят, и на 5, и на 7 са 20. Търсеният брой е 142 + 101 – 20 = 223.
2	**3**	1, 4, 9
3	0	11 . 111 + 12 . 111 + 13. 111 + 4 . 111 - 10. 444 = 111.(11 + 12 + 13 + 4 + 40) = 0.
4	7	Не е вярно за 0, 1, ..., 6; Вярно е за 7, 8 и 9.
5	1110	Частното е 10, а остатъка трябва да е възможно най-голям: 100. Търсеното число е 101.10 + 100 = 1010+100 = 1110
6	700	125 + 116 = ▲ 875 - 216 = ■ ⟹ ■ + ▲ = 125 + 875 +116 – 216 = 900⟹ ■ - 200 + ▲ = 700
7	12	7 = 6 + 1 = 5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 4 + 3 = 4 + 2 +1 = 4 + 1 + 1 + 1= 3 + 3 + 1 = 3 + 2 + 2 = 3 + 2 + 1 + 1 = 3 + 1 + 1 + 1+ 1 = 2 + 2 + 2 + 1 = 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 +1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 +1 . Най-голямото произведение е 12 и се постига при 4 + 3 и 3 + 2 + 2.
8	8	От 15 = 8 + 3 +3 + 1 = 6 + 6 + 2 +1 = 9 + 2 + 2 + 2, следва, че търсеното число е 8.
9	6	Броят на всички парченца на петте шоколада е 5.28 =140. Следователно всяко дете трябва да получи по 140:7=20 парченца. От един шоколад можем да получим с 1 разрязване 20 парченца + още 8. Така на 5 деца ще можем да дадем по 20 парченца, но остават още две деца и 5 части, всяка с по 8 парченца. На всяко от двете деца даваме по 2 части с по 8 парченца, а петата част, която е от 8 парченца разделяме на две части по 4 парченца. Общо разрязванията са 5 + 1 = 6.
10	63	**(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6).(1 + 2) = 63.**
11	0	3.4.5.6....9.10.11.12.13 = (4.5). 10…..= 100. .... Числото е произведение на 100 и друго естествено число- тогава последните две цифри са 0.

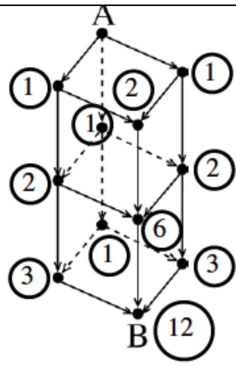
<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>12</td><td>2</td><td>
<table>
<tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr>
<tr><td>A</td><td></td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr>
<tr><td>B</td><td>+</td><td></td><td>–</td><td>+</td></tr>
<tr><td>C</td><td>+</td><td>–</td><td></td><td>–</td></tr>
<tr><td>D</td><td>+</td><td>+</td><td>–</td><td></td></tr>
</table>
Ако съберем броя на ръкуванията числото трябва да се дели на 2, защото всяко ръкуване се брои два пъти.
В случая броя на ръкуванията са 6 + x.
С x означаваме броя на ръкуванията на Дейвид. Числото x не може да е по-голямо от 3.
От числата 0, 1, 2 и 3 само за 0 и за 2
6 + x може да се дели на2.
Но x не може да е 0, защото Адам се е ръкувал с всички деца. Тогава x = 2.
Дейвид се е ръкувал с 2 деца.</td></tr>
<tr><td>13</td><td>81</td><td>От 729: 9 = 81, следва че лицето на първоначалния квадрат е 81.</td></tr>
<tr><td>14</td><td>3</td><td>Теглото на водата в наполовина пълен съд е колкото 11 празни съда, а теглото на водата в пълен съд е колкото 22 празни съда. Съдът пълен с вода тежи колкото 23 празни съда.
Тогава един празен съд тежи 69 : 23 = 3 кг.</td></tr>
<tr><td>15</td><td>15</td><td>Най-голямото цяло число, което дели и 18, и 30 е 6.
Тогава броят на квадратите ще е (18:6).(30:6) = 3.5 = 10.</td></tr>
<tr><td>16</td><td>81</td><td>Двойките числа със сбор 160 са:
$\underbrace{60+100;\ 61+99;\ 62+98;\ 63+97;\ 64+96;\ 65+95;\ \ldots;\ 79+81.}_{\text{40 числа}}$
Числата, които „не вършат работа” са:
1, 2, 3, ..., 58, 59 и числото 80.
Нека да разгледаме най-лошия сценарий:
Да изберем тези 60 числа (1, 2, 3, ..., 58, 59 и числото 80) и по едно число от двойките
$\underbrace{60+100;\ 61+99;\ 62+98;\ 63+97;\ 64+96;\ 65+95;\ \ldots;\ 79+81.}_{\text{40 двойки числа}}$
Така попадаме в лошия сценарий – избрали сме 80 числа и нито една двойка от тях не ни върши работа.
Вече е ясно, че 81-то избрано число ще е такова, че то ще може да направи сбор 160 с някой от вече избраните 20 от общо 80числа.</td></tr>
<tr><td>17</td><td>0</td><td>91.92.93.94.95.96.97.98.99.101
В 101 зачеркваме двете цифри 1 и получаваме множител 0.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>18</td><td>1520</td><td>45.36 – 4.5.5 =4.5. (81 - 5) =20.76 = 1520 кв. см</td></tr>
<tr><td>19</td><td>Вторник, сряда, четвъртък</td><td>Решение:
<table>
<tr><th>Ако месеца започва в</th><th>Тогава ще има със сигурност 4 пълни седмици</th><th>За да има 5 четвъртъка</th></tr>
<tr><td>понеделник</td><td>От понеделник до неделя има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има още 4 дни: понеделник, вторник, сряда, четвъртък.
Това не е възможно, защото дните от месеца не може да са 4.7 + 4 = 32.</td></tr>
<tr><td>вторник</td><td>От вторник до понеделник има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 3 дни: вторник, сряда, четвъртък.
Това е възможно, защото дните от месеца са поне 4.7 + 3 = 31</td></tr>
<tr><td>сряда</td><td>От сряда до вторник има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 2 дни: сряда, четвъртък.
Това е възможно. Възможно е дните от месеца са поне
4.7 + 2 = 30.</td></tr>
<tr><td>четвъртък</td><td>От четвъртък до сряда има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 1 ден: четвъртък.
Това е възможно. Възможно е дните от месеца да са поне
4.7 + 1 = 29.</td></tr>
<tr><td>петък</td><td>От петък до четвъртък има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 7 дни: петък, събота, неделя, понеделник, вторник, сряда, четвъртък.
Това не е възможно. Невъзможно е дните от месеца да са поне 4.7 + 7 = 35.</td></tr>
<tr><td>събота</td><td>От събота до петък има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 6 дни: събота, неделя, понеделник, вторник, сряда, четвъртък.
Това не е възможно. Невъзможно е дните от месеца да са поне 4.7 + 6 = 34.</td></tr>
<tr><td>неделя</td><td>От неделя до събота има 4 четвъртъка</td><td>Месеца трябва да има поне още 5 дни: неделя, понеделник, вторник, сряда, четвъртък.
Това не е възможно. Невъзможно е дните от месеца да са поне 4.7 + 5 = 33.</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>20</td><td></td><td>101 + 103 + 105 + 107 + 109 + 111 + 115 + 117 + 119 + 121 + 123+125
= (101 + 125) + (103 + 123) + (105 + 121) + (107 + 119) + (109 + 117) + (111 + 115) =
= 226 + 226 +2 26 + 226 + 226 + 226 = 6.226.
6.226 = 126. □ ⟹ □ = (6.226): 126
Делението е невъзможно.
Задачата бе коментирана от няколко участници. Идеята на автора на задачата е числото да не е 126, а 226.</td></tr>
</table>

5 клас

Problem	Answer	Solution
1	9	$\frac{1+2\times2+3\times3+4\times4}{3\times3+6\times6+9\times9+12\times12}=\frac{1+2\times2+3\times3+4\times4}{3\times3\times(1+2\times2+3\times3+4\times4)}=\frac{1}{9}$ $\Rightarrow x = 9$.
2	**3**	Числата 1, 4 и 9 имат нечетен брой делители. Броят им е 3.
3	**0**	$0.0025 \div 50 + 1.99995 = 0.00005 + 1.99995 == 20.0025 \div 50 + 1.99995$ $== 0.00005 + 1.99995 = 2$ $\Rightarrow 2 - (0{,}0025{:}\,50 + 1{,}99995) = 0$
4	**448**	403 = 13.31 $\Rightarrow$ търсеният сбор е 1 + 13 + 31 + 403 = 448.
5	**84**	Записваме: 13579111315171921232 5...899193... Броят на нечетните числа от 1 до 89 са 45. За записването им се използват 5 + 2.40 = 85 цифри.Тогава са записани 84 цифри, защото не броим цифрата 9 в числото 89.
6	**121**	Търсените числа са от вида НОК (4, 5, 6).N + 1 = 60N + 1. Най-малкото число е 1, следващото е 61, следващото е 121. Търсеното число е 121.
7	**8**	Нека за определеност цената на стоката на борсата да е 100 лева. Първоначалната цена е била 100 + 20 % от 100 = 120. След това обаче стоката е намалена и цената й вече е 120 – 10 % от 120 = 108. Тогава реализираната печалба е 8 лева при цена на стоката 100 лева – т.е печалбата е 8 %.
8	**107**	Числата, които се делят на 3 са 67, а числата, които се делят на 5 са 40. Сред тях обаче има такива, които се делят и на 5 , и на 3 - това са всички числа, които се делят на 15 – броят им е 13. Неизтрите числа са 201 – (67 + 40 – 13) = 107.
9	**9**	$\underbrace{222\ +\ 222 + \cdots +\ 222}_{9\ \textit{събираеми}}$ + 22= 2020 Общо събираемите са 10, а използваните плюсове са 9.
10	**8**	Числата, които са взаимнопрости с 20 и са по-малки от 18 са 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17 и 19. Броят им е 8.
11	**10**	Най-голямото цяло число, което дели и 18, и 45 е 9.

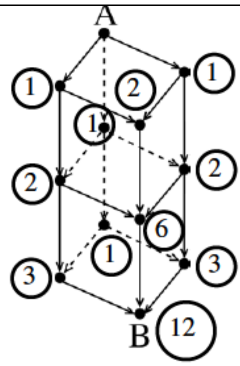
		Тогава броят на квадратите ще е (18:9).(45:9) = 2.5 = 10.
12	**40**	Лицето на четириъгълника е равно на сбора от лицата на триъгълниците *ACD* и *ABD*. Височините на тези триъгълници към общата им страна *AC* са по 4 *см*. Тогава лицата им са равни на 20 *кв. см*. Лицето на четириъгълника е 40 *кв. см*.
13	**152**	Всичките кубчета от вида 1×1×1 са 6×6×6 = 216. Премахваме кубчетата 1×1×1 с поне една боядисана стена – остава куб с ръб 4. Броят на небоядисаните кубчета е 4×4×4 =64 . Тогава кубчетата с поне една боядисана стена са 216 - 64 = 152.
14	**4**	Възможностите са две: *C* е между *A* и *B*, или *A* е между *B* и *C*. При първата възможност разстоянието между средите на посочените отсечки е 2 *см*, а при втората – 4 *см*. Тогава дължината на отсечката *BC* е 4 *см*.
15	**7**	Възможностите са: (5; 5; 6), (6; 6; 4), (7; 7; 2). Търсената стойност е 7 *см*.
16	**11**	Едноцифрените и двуцифрени точни квадрати са 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 и 81. Тогава търсените трицифрени числа са от вида *00, *01, *04, *09, *16, *25, *36, *49, *64, *81. Ако в тях зачеркнем последната цифра ще получим двуцифрените числа *0, *0, *0, *0, *1, *2, *3, *4, *6, *8. Но числата завършващи на 0, 2, 4, 6 или 8, са съставни, а ние търсим прости числа. Затова разглеждаме само числата *1 и *3 и съответстващите на тях трицифрени числа *16, *36. Прости са числата 11, 31, 41, 61, 71, 13, 23, 43, 53, 73, 83. Така достигаме до търсените числа 116, 136, 316, 416, 616, 716, 236, 436, 536, 736, 836. Броят им е 11.
17	**12**	Числото трябва да се дели и на 9, и на 8. За да се дели на 8, то трябва да завършва на три нули, а броят на единиците трябва да е кратен на 9. Търсим най-малкото такова число и то е 111111111000. То се записва с 12 цифри.
18	**12**	За всяка точка отбелязваме броя на пътищата, по които може да се стигне до нея. За всяка точка, без точка *A*, числото записано в кръгчето съответства на сбора от числата в съседните й точки, от които се стига до нея.

		
19	**32**	Момичетата , които не могат да плуват са 10 и този брой е $\frac{5}{7}$ от всички момичета. Получаваме, че момичетата са 14. От тях само 4 плуват. $\frac{1}{9}$ от всички плувци са 4, тогава децата които умеят да плуват са 36. От тях 36 – 4 = 32 са момчета.
20	**0**	20!, 21!, 22!, 23!, 24! завършват на точно 4 нули, а 25! завършва на 6 нули. Няма такова число n.

6 клас

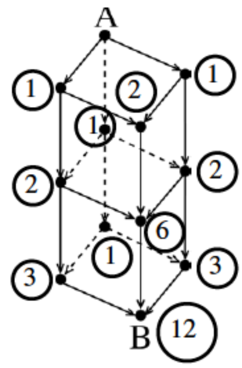
Problem	Answer	Solution
1	-1	$\underbrace{(-1)\times(-1)^2 \ldots \times (-1)^{30}} = (-1)^{31\times 15} = -1.$
2	**4**	$\pi < x < 2\pi \Rightarrow 3 < \pi < x < 2\pi < 7 \Rightarrow$ $\vert x-3\vert + \vert x-7\vert = (x-3)-(x-7) = 4.$
3	82,9(54)	$0{,}3(68) = 0,3 + 0{,}0(68) = \frac{3}{10} + \frac{0,(68)}{10} =$ $\frac{3}{10} + \frac{68}{990} = \frac{365}{990} = \frac{A}{225} \Rightarrow A = 82{,}9(54).$
4	**47**	1209 = 3. 403 = 3.13.31 ⟹ търсеният сбор е 3 + 13 + 31 = 47.
5	**84**	Записваме: 135791113151719212325...899193... Броят на нечетните числа от 1 до 89 са 45. За записването им се използват 5 + 2.40 = 85 цифри.Тогава са записани 84 цифри, защото не броим цифрата 9 в числото 89.
6	**141**	Търсените числа са от вида НОК (4, 5, 14).N + 1 = 140N + 1. Най-малкото число е 1, следващото е 141. Търсеното число е 141.
7	**8**	Нека за определеност цената на стоката на борсата да е 100 лева. Първоначалната цена е била 100 + 20 % от 100 = 120. След това обаче стоката е намалена и цената ѝ вече е 120 – 10 % от 120 = 108. Тогава реализираната печалба е 8 лева при цена на стоката 100 лева – т.е печалбата е 8 %.
8	**107**	Числата, които се делят на 3 са 67, а числата, които се делят на 5 са 40. Сред тях обаче има такива, които се делят и на 5 , и на 3 - това са всички числа, които се делят на 15 – броят им е 13. Неизтрите числа са 201 – (67 + 40 – 13) = 81.
9	**9**	$\underbrace{222 + 222 + \cdots + 222}_{9 \text{ събираеми}} + 22 = 2020$ Общо събираемите са 10, а използваните плюсове са 9.
10	**6**	$\frac{a}{21-a} \Rightarrow a = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 \Rightarrow a = 1,2,4,5,8,10 \Rightarrow 6$
11	**10**	Най-голямото цяло число, което дели и 18, и 45 е 9.

		Тогава броят на квадратите ще е (18:9).(45:9) = 2.5 = 10.
12	**40**	Лицето на четириъгълника е равно на сбора от лицата на триъгълниците ACD и ABD. Височините на тези триъгълници към общата им страна AC са по 4 *см*. Тогава лицата им са равни на 20 *кв. см*. Лицето на четириъгълника е 40 *кв. см*.
13	**152**	Всичките кубчета от вида 1×1×1 са 6×6×6 = 216. Премахваме кубчетата 1×1×1 с поне една боядисана стена – остава куб с ръб 4. Броят на небоядисаните кубчета е 4×4×4 =64 . Тогава кубчетата с поне една боядисана стена са 216 - 64 = 152.
14	**4**	Възможностите са две: C е между A и B, или A е между B и C. При първата възможност разстоянието между средите на посочените отсечки е 2 *см*, а при втората – 4 *см*. Тогава дължината на отсечката BC е 4 *см*.
15	**7**	Възможностите са: (5; 5; 6), (6; 6; 4), (7; 7; 2). Търсената стойност е 7 *см*.
16	**11**	Едноцифрените и двуцифрени точни квадрати са 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 и 81. Тогава търсените трицифрени числа са от вида *00, *01, *04, *09, *16, *25, *36, *49, *64, *81. Ако в тях зачеркнем последната цифра ще получим двуцифрените числа *0, *0, *0, *0, *1, *2, *3, *4, *6, *8. Но числата завършващи на 0, 2, 4, 6 или 8, са съставни, а ние търсим прости числа. Затова разглеждаме само числата *1 и *3 и съответстващите на тях трицифрени числа *16, *36. Прости са числата 11, 31, 41, 61, 71, 13, 23, 43, 53, 73, 83. Така достигаме до търсените числа 116, 136, 316, 416, 616, 716, 236, 436, 536, 736, 836. Броят им е 11.
17	**12**	Числото трябва да се дели и на 9, и на 8. За да се дели на 8, то трябва да завършва на три нули, а броят на единиците трябва да е кратен на 9. Търсим най-малкото такова число и то е 111111111000. То се записва с 12 цифри.
18	**12**	За всяка точка отбелязваме броя на пътищата, по които може да се стигне до нея. За всяка точка, без точка A, числото записано в кръгчето съответства на сбора от числата в съседните й точки, от които се стига до нея.

		
19	**32**	Момичетата , които не могат да плуват са 10 и този брой е $\frac{5}{7}$ от всички момичета. Получаваме, че момичетата са 14. От тях само 4 плуват. $\frac{1}{9}$ от всички плувци са 4, тогава децата които умеят да плуват са 36. От тях 36 – 4 = 32 са момчета.
20	**0**	45!, 46!, 47!, 48!, 49! завършват на точно 10 нули, а 50! завършва на 12 нули. Няма такова число *n*.

7 клас

Problem	Answer	Solution
1	-1	$\underbrace{(-1)\times(-1)^2\ldots\times(-1)^{30}} = (-1)^{31\times 15} = -1.$
2	**4**	$\pi < x < 2\pi \Longrightarrow 3 < \pi < x < 2\pi < 7 \Longrightarrow$ $\lvert x-3\rvert + \lvert x-7\rvert = (x-3)-(x-7) = 4.$
3	19	$\frac{1}{1}+\frac{0{,}5}{\frac{2\times 3}{2}}+\frac{0{,}5}{\frac{3\times 4}{2}}+\cdots+\frac{0{,}5}{\frac{20\times 21}{2}} = 1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{20}-\frac{1}{21}\right) = 1+\frac{19}{42} = 1\frac{19}{42}$
4	**47**	1209 = 3. 403 = 3.13.31 $\Longrightarrow$ търсеният сбор е 3 + 13 + 31 = 47.
5	**84**	Записваме: 1357911131517192123 25...899193... Броят на нечетните числа от 1 до 89 са 45. За записването им се използват 5 + 2.40 = 85 цифри.Тогава са записани 84 цифри, защото не броим цифрата 9 в числото 89.
6	**141**	Търсените числа са от вида НОК (4, 5, 14).N + 1 = 140N + 1. Най-малкото число е 1, следващото е 141. Търсеното число е 141.
7	**8**	Нека за определеност цената на стоката на борсата да е 100 лева. Първоначалната цена е била 100 + 20 % от 100 = 120. След това обаче стоката е намалена и цената й вече е 120 – 10 % от 120 = 108. Тогава реализираната печалба е 8 лева при цена на стоката 100 лева – т.е печалбата е 8 %.
8	**107**	Числата, които се делят на 3 са 67, а числата, които се делят на 5 са 40. Сред тях обаче има такива, които се делят и на 5 , и на 3 - това са всички числа, които се делят на 15 – броят им е 13. Неизтрите числа са 201 – (67 + 40 – 13) = 107.
9	**9**	$\underbrace{222\ +\ 222+\cdots+\ 222}_{9\ \textit{събираеми}}$ + 22= 2020 Общо събираемите са 10, а използваните плюсове са 9.
10	**6**	$\frac{a}{21-a} \Longrightarrow a = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 \Longrightarrow a = 1,2,4,5,8,10 \Longrightarrow 6$
11	**10**	Най-голямото цяло число, което дели и 18, и 45 е 9. Тогава броят на квадратите ще е (18:9).(45:9) = 2.5 = 10.

12	**10**	Нека $\sphericalangle MAD = 2x, \sphericalangle MBA = 4x, \sphericalangle MCD = 7x$. Тогава $\sphericalangle MAB = 90^0 - 2x = \sphericalangle BMA \Rightarrow AB = MB = BC \Rightarrow$ $\sphericalangle BMC = \sphericalangle MCB = 90^0 - 7x$. В триъгълник BMC ъглите са $90^0 - 7x$, $90^0 - 7x$, $90^0 - 4x \Rightarrow x = 5^0 \Rightarrow \sphericalangle BMC = 90^0 - 7 \times 5^0 = 55^0$. $\sphericalangle MCA = \sphericalangle MCB - \sphericalangle ACB = 55^0 - 45^0 = 10^0$
13	**152**	Всичките кубчета от вида 1×1×1 са 6×6×6 = 216. Премахваме кубчетата 1×1×1 с поне една боядисана стена – остава куб с ръб 4. Броят на небоядисаните кубчета е 4×4×4 =64 . Тогава кубчетата с поне една боядисана стена са 216 - 64 = 152.
14	**4**	Възможностите са две: *C* е между *A* и *B*, или *A* е между *B* и *C*. При първата възможност разстоянието между средите на посочените отсечки е 2 *см*, а при втората – 4 *см*. Тогава дължината на отсечката *BC* е 4 *см*.
15	**7**	Възможностите са: (5; 5; 6), (6; 6; 4), (7; 7; 2). Търсената стойност е 7 *см*.
16	$(z-y)$ $(x-z)$ $(x-y)$	Подреждаме по степените на *x*: $(y-z)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz(z-y) = (z-y)(x^2 - (z+y)x + yz) = (z-y)(x-z)(x-y)$.
17	**12**	Числото трябва да се дели и на 9, и на 8. За да се дели на 8, то трябва да завършва на три нули, а броят на единиците трябва да е кратен на 9. Търсим най-малкото такова число и то е 111111111000. То се записва с 12 цифри.
18	**12**	За всяка точка отбелязваме броя на пътищата, по които може да се стигне до нея. За всяка точка, без точка *A*, числото записано в кръгчето съответства на сбора от числата в съседните й точки, от които се стига до нея. 
19	**32**	Момичетата , които не могат да плуват са 10 и този брой е $\frac{5}{7}$ от всички

		момичета. Получаваме, че момичетата са 14. От тях само 4 плуват. $\frac{1}{9}$ от всички плувци са 4, тогава децата които умеят да плуват са 36. От тях 36 – 4 = 32 са момчета.
20	**0**	45!, 46!, 47!, 48!, 49! завършват на точно 10 нули, а 50! завършва на 12 нули. Няма такова число *n*.

8 клас

<table>
<tr><th>Задача</th><th>Отговор</th><th>Решение</th></tr>
<tr><td>1</td><td>-4</td><td>С проверка, започвайки от $-1, -2, -3$ и -4, достигаме до отговора -4.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>$\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{4}, \sqrt{9}$ са рационалните числа. Търсеният брой е 4.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0</td><td>$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} : (1-\sqrt{2}) + 1 = |1-\sqrt{2}| : (1-\sqrt{2}) = (\sqrt{2}-1) : (1-\sqrt{2}) = 0$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>6</td><td>Нека търсеното число е $x \Rightarrow (16^{16})^x = 64^{64} \Rightarrow ((4^2)^{16})^x = (4^3)^{64} \Rightarrow$
$4^{32x} = 4^{3.64} \Rightarrow 32x = 3.64 \Rightarrow x = 6$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>24</td><td>Разполагаме точките две по две така, че да са краища на диаметър. Така се получават по 6 правоъгълни триъгълника с обща хипотенуза за всеки диаметър. Окончателно 4.6=24 правоъгълни триъгълника.</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6</td><td>
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th></th></tr>
<tr><td>Преди 3 години</td><td>x</td><td>$\frac{x}{3}$</td><td></td></tr>
<tr><td>Преди 2 години</td><td>$x+1$</td><td>$\frac{x}{3}+1$</td><td>Уравнението е
$x+1 = 2(\frac{x}{3}+1) \Rightarrow x = 3 \Longrightarrow 6$</td></tr>
<tr><td>Сега</td><td>$x+3$</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>7</td><td>-1</td><td>От $\frac{6n+1}{3n+2} = 2 - \frac{3}{3n+2} \Longrightarrow 3n+2 = \pm 1; \pm 3 \Longrightarrow n = -1.$</td></tr>
<tr><td>8</td><td>3</td><td>$3 + (3^2+3^3+3^4) + (3^5+3^6+3^7) + \cdots + (3^{2018}+3^{2019}+3^{2020}) =$
$= 3 + 3^2 \times (1+3+3^2) + \cdots + 3^{2018} \times (1+3+3^2)$
$= 3 + 3 \times 13 + \cdots + 3^{2018} \times 13$
Остатъкът при на
$3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{2019} + 3^{2020}$
деление на 13 е 3.</td></tr>
<tr><td>9</td><td>3</td><td>Нека броят на бутилките от 1 и от 3 литра са съответно x и y. Тогава бутилките от 5 литра са $10 - x - y$.
От $1 \times x + 3 \times y + (10 - x - y) \times 5 = 26 \Rightarrow 2x + y = 12.$
С помощта на $2x + y = 12$ попълваме таблица:
<table>
<tr><th>1 л</th><th>3 л</th><th>5 л</th></tr>
<tr><td>6 бутилки</td><td>0 бутилки</td><td>4 бутилки</td></tr>
<tr><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>6</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td><td>0</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

		От таблицата се вижда, че търсеният брой е 3.
10	1994	$a^2 + 2a + 9b^2 + 30b + 2020 = (a+1)^2 + (3b+5)^2 + 1994 \geq 1994$. Тогава най- малката стойност на израза е 1994.
11	3	$N\sqrt{2} - \sqrt{8} + M = 1 \Leftrightarrow (N-2)\sqrt{2} + M = 1$ Ако $N \neq 2 \Rightarrow (N-2)\sqrt{2} + M$ е ирационално число. Тогава $N = 2$. Вече не е трудно да получим, че M=1. Тогава M+N=3.
12	2	Нека цената на една ябълка е x, тогава цената на една круша е $9x - 13$. От второто условие получаваме, че цената на една круша е $\frac{6+x}{15}$. Достигаме до уравнението $\frac{6+x}{15} = 9x - 13 \Rightarrow x = 1{,}5$. Тогава y=0,5. Тогава $x + y = 2$.
13	25	Нека $ABCD$ е трапеца, О е пресечна точка на диагоналите му, $AB > CD$. От равенството на лицата на триъгълниците ADO и BCO. Следва, че възможните лица на четирите триъгълника са 4, 4, 6, 9; 4, 6, 6, 9; 4, 6, 9,9. От $S_{ABO} > S_{DCO}$ и $\frac{AO}{OC} = \frac{S_{AOD}}{S_{COD}}$ и $\frac{AO}{OC} = \frac{S_{AOB}}{S_{COB}}$ Следва, че лицата на триъгълниците са 4, 6, 6 и 9. Тогава лицето на трапеца е 6 + 6+ 9 + 4 =25.
14	2	$x^3 + \lvert x \rvert = 0 \Rightarrow$ $x^3 + x = 0$, ако $x \geq 0$. Корен е числото 0. $x^3 - x = 0$, ако $x < 0$. Корен е числото -1.
15		Подреждаме по степените на *x*: $$(y-z)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz(z-y) = (z-y)(x^2 - (z+y)x + yz) = (z-y)(x-z)(x-y).$$

16	16	Търсим естествено число, по-голямо от 11, което дели и 187 – 11 и 219 – 1. Това е числото 16.
17	8	Задачата се свежда до подреждането на двойките X и Y, съставени съответно от A и B, C и D. X и Y можем да подредим по 2 начина, а всяко едно от X и Y можем да подредим също по 2 начина. Общо 2.2.2=8 начина.
18	2	$a = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = \sqrt{2} + 1, -a = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{a} + (-a) = 2.$
19	90	Известно е, че сборът от ъглите на всеки четириъгълник е 360 градуса.Нека ъглите са $x, y, z \ и \ t \Rightarrow 3x = y + z + t \Rightarrow x + y + z + t = 4x \Rightarrow 360^0 = 4x \Rightarrow x = 90^0$. по същия начин получаваме, че $y = z = 90^0$. За t получаваме 90^0.
20	30	Тъждеството $x^2 + 5x + 6 = A.(x-2)^2 + B.(x-2) + C$ е изпълнено и за $x = 3$. Тогава $3^2 + 5 \times 3 + 6 = A \times (3-2)^2 + B \times (3-2) + C \Rightarrow A + B + C = 30.$

9-12 клас

<table>
<tr><th>Задача</th><th>Отговор</th><th>Решение</th></tr>
<tr><td>1</td><td>-4</td><td>С проверка, започвайки от $-1, -2, -3$ и -4, достигаме до отговора -4.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>$\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{4}, \sqrt{9}$ са рационалните числа. Търсеният брой е 4.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0</td><td>$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} : (1-\sqrt{2}) + 1 = \lvert 1-\sqrt{2}\rvert : (1-\sqrt{2}) = (\sqrt{2}-1) : (1-\sqrt{2}) = 0$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>6</td><td>Нека търсеното число е $x \Rightarrow (16^{16})^x = 64^{64} \Rightarrow ((4^2)^{16})^x = (4^3)^{64} \Rightarrow$
$4^{32x} = 4^{3.64} \Rightarrow 32x = 3.64 \Rightarrow x = 6$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>24</td><td>Разполагаме точките две по две така, че да са краища на диаметър. Така се получават по 6 правоъгълни триъгълника с обща хипотенуза за всеки диаметър. Окончателно 4.6=24 правоъгълни триъгълника.
.</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6</td><td>
<table>
<tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td></td></tr>
<tr><td>Преди 3 години</td><td>x</td><td>$\frac{x}{3}$</td><td></td></tr>
<tr><td>Преди 2 години</td><td>$x+1$</td><td>$\frac{x}{3}+1$</td><td>Уравнението е
$x+1 = 2(\frac{x}{3}+1) \Rightarrow x = 3 \Longrightarrow 6$</td></tr>
<tr><td>Сега</td><td>$x+3$</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>7</td><td>-1</td><td>От $\frac{6n+1}{3n+2} = 2 - \frac{3}{3n+2} \Longrightarrow 3n+2 = \pm 1; \pm 3 \Longrightarrow n = -1$.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>3</td><td>$3 + (3^2+3^3+3^4) + (3^5+3^6+3^7) + \cdots + (3^{2018}+3^{2019}+3^{2020}) =$
$= 3 + 3^2 \times (1+3+3^2) + \cdots + 3^{2018} \times (1+3+3^2)$
$= 3 + 3 \times 13 + \cdots + 3^{2018} \times 13$
Остатъкът при на
$3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{2019} + 3^{2020}$
деление на 13 е 3.</td></tr>
<tr><td>9</td><td>3</td><td>Нека броят на бутилките от 1 и от 3 литра са съответно x и y. Тогава бутилките от 5 литра са $10 - x - y$.
От $1 \times x + 3 \times y + (10 - x - y) \times 5 = 26 \Rightarrow 2x + y = 12$.
С помощта на $2x + y = 12$ попълваме таблица:
<table>
<tr><td>1 л</td><td>3 л</td><td>5 л</td></tr>
<tr><td>6 бутилки</td><td>0 бутилки</td><td>4 бутилки</td></tr>
<tr><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>6</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td><td>0</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

		От таблицата се вижда, че търсеният брой е 3.
10	1991	$25a^2 + 20a + 9b^2 + 30b + 2020 = (5a + 2)^2 + (3b + 5)^2 + 1991 \geq$ 1991. Тогава най- малката стойност на израза е 1991.
11	3	$N\sqrt{2} - \sqrt{8} + M = 1 \Leftrightarrow (N - 2)\sqrt{2} + M = 1$ Ако $N \neq 2 \Rightarrow (N - 2)\sqrt{2} + M$ е ирационално число. Тогава $N = 2$. Вече не е трудно да получим, че M=1. Тогава M+N=3.
12	25	Нека $ABCD$ е трапеца, O е пресечна точка на диагоналите му, $AB > CD$. От равенството на лицата на триъгълниците ADO и BCO. Следва, че възможните лица на четирите триъгълника са 4, 4, 6, 9; 4, 6, 6, 9; 4, 6, 9,9. От $S_{ABO} > S_{DCO}$ и $\frac{AO}{OC} = \frac{S_{AOD}}{S_{COD}}$ и $\frac{AO}{OC} = \frac{S_{AOB}}{S_{COB}}$ Следва, че лицата на триъгълниците са 4, 6, 6 и 9. Тогава лицето на трапеца е 6 + 6+ 9 + 4 =25.
13	2	$x^3 - \|x\| = 0 \Rightarrow$ $x^3 - x = 0$, ако $x \geq 0$. Корени са числата 0 и 1. $x^3 + x = x(x^2 + 1) = 0$, ако $x < 0$. Това уравнение няма реални корени .
14	$(z - y)$ $(x - z)$ $(x - y)$	Подреждаме по степените на *x*: $(y - z)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz(z - y) = (z - y)(x^2 - (z + y)x + yz) = (z - y)(x - z)(x - y).$
15	13	Тъждеството $x^2 + x + 1 = A.(x - 2)^2 + B.(x - 2) + C$ е изпълнено и за $x = 3$. Тогава $3^2 + 3 + 1 = A \times (3 - 2)^2 + B \times (3 - 2) + C \Rightarrow A + B + C = 13.$
16	17	Търсим естествено число, по-голямо от 14, което дели и $201 - 14 = 187$ и $235 - 14 = 221$. Това е числото 17.

17	2	$$\frac{4}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}=A+\sqrt{2}-\sqrt{6}$$ $$\frac{4}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{4(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}=\frac{4(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2\sqrt{2}}=$$ $$=2+\sqrt{2}-\sqrt{6}$$
18	65	Броят на диагоналите се определя от формулата $$\frac{N(N-3)}{2}=2015$$ The number of diagonals is determined by the following formula: $$\frac{N(N-3)}{2}=2015$$
19	6	От $(10a+b)^2=100a^2+10ab+b^2$ следва, че предпоследната цифра ще е нечетна, ако цифрата на десетиците на b^2 е нечетна. Това е възможно ако $b=4$ или $b=6$. Цифрата на единиците е 6.
20	72	Нека ABC е триъгълник с медицентър M и медиани през върховете A, B и C, съответно 9, 12 и 15 . Нека ACBD е успоредник, а N е медицентър на триъгълник ABD, тогава AM= BN=6, BM=8, MN=10. Триъгълник BMN е правоъгълен триъгълник и лицето му е 1/3 от лицето на триъгълник ABC. Тогава лицето на дадения е 72 кв. cm.