



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 2 февруари 2016 г.

РЕШЕНИЯ НА ТЕМАТА ЗА 4 КЛАС

4.1. Професор Мориарти отправил покана до Шерлок Холмс да се срещнат на скалата „Редрок“ в 14:00 часа на ден d от месец m в година y . В поканата било написано:

d се получава, като от цифрата на десетиците на най-голямото трицифрено число с различни цифри се извади сборът от цифрите на най-малкото четирицифрено число с различни цифри;

m е неизвестното число в равенството $(17 - m) \cdot 7 = 3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23 + 27$;

y е стойността на израза $(2016 : 8) : 4 + 1020 \cdot 9 \cdot 7 - 7 \cdot 9 \cdot 989$.

Помогнете на Шерлок Холмс да открие датата на срещата.

Решение: Най-голямото трицифрено число с различни цифри е 987 (**1 т.**), а най-малкото четирицифрено число с различни цифри е 1023 (**1 т.**). Тогава

$$d = 8 - (1 + 0 + 2 + 3) = 8 - 6 = 2 \text{ (1 т.)}$$

От $(17 - m) \cdot 7 = 3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23 + 27$ намираме

$$(17 - m) \cdot 7 = 105$$

$$17 - m = 15$$

$$m = 2 \text{ (2 т.)}$$

За y имаме:

$$(2016 : 8) : 4 + 1020 \cdot 9 \cdot 7 - 7 \cdot 9 \cdot 989$$

$$252 : 4 + 1020 \cdot 63 - 63 \cdot 989$$

$$63 + 1020 \cdot 63 - 63 \cdot 989$$

$$63(1 + 1020 - 989)$$

$$63 \cdot 32 = 2016 \text{ (2 т.)}$$

Търсената дата е 2.2.2016

Забележка. Ясно е, че задачата може да се реши, като се използва само умножение с едноцифрено число.

4.2. Крал Карл се прибира от лов и на всеки 5 минути изпраща вестносец до двореца, за да извести на кралица Клара с точност до минута след колко време кралят ще си бъде у дома. Вестносеците се движат с една и съща скорост, а кралят изминава 70 метра за една минута и се движи пет пъти по-бавно от вестносеците си.

При пристигането в двореца първият вестносец съобщил: „Кралят ще пристигне след 60 минути.“

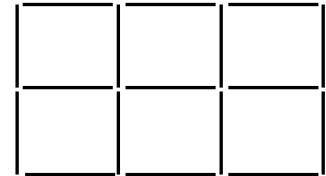
а) Какво е съобщил вторият вестносец?

б) Колко вестноосци е изпратил кралят, ако последният е съобщил: „Кралят ще пристигне след 4 минути.“?

Решение: а) Кралят изминава 350 метра за 5 минути, а за 5 минути всеки вестносец изминава $5 \cdot 350 = 1750$ м, защото е пет пъти по-бърз от краля **(1 т.)**. Разстоянието между краля и първия вестносец 5 минути след тръгването му е $1750 - 350 = 1400$ м **(1 т.)**. В този момент тръгва вторият вестносец, т.е. разстоянието между първия и втория вестносец е точно 1400 м и двамата подържат това разстояние помежду си, защото се движат с една и съща скорост **(1 т.)**. Вестноосците изминават разстоянието от 1400 м за 4 минути. Следователно вторият вестносец ще направи своето съобщение 4 минути след съобщението на първия. Затова неговото съобщение трябва да бъде „Кралят ще пристигне след 56 минути.“ **(1 т.)**

б) От а) заключаваме, че последователните съобщения, които получава кралицата, са: 60 минути, 56 минути, ..., 12 минути, 8 минути, 4 минути **(1 т.)**. В обратен ред получаваме редицата 4, 8, 12, 16, ..., 56, 60. Ако разделим всеки член на редицата на 4 **(1 т.)**, ще получим номерата на вестноосците в обратен ред на тяхното пристигане в двореца: 1, 2, 3, ..., 14, 15. Отговорът е 15. **(1 т.)**

4.3. Анди, Любо и Коки имат по 157 еднакви клечки с дължина 2 см. Всеки направил по един правоъгълник, съставен от малки квадратчета със страна една клечка, като използвал всичките си клечки. Широчината на правоъгълниците била по-малка от дължината им. На фигурата е показан правоъгълник, съставен от 6 квадратчета с помощта на 17 клечки. Оказало се, че тримата са направили различни правоъгълници. Намерете размерите на трите правоъгълника, ако правоъгълникът на Коки е с възможно най-много квадратчета, този на Любо е с възможно най-малко квадратчета, а правоъгълникът на Анди е с 4 квадратчета по-малко от правоъгълника на Коки.



Решение: Ще намерим всички възможни правоъгълници, като ги изброяваме спрямо широчината им.

1.) Да разгледаме правоъгълник с широчина 1 клечка и да направим едно квадратче. За всяко ново квадратче ще ни трябват по 3 клечки. Но $(157 - 4) : 3 = 153 : 3 = 51$ и затова този правоъгълник е съставен от $1 + 51 = 52$ квадратчета. **(0,5 т.)**

2.) Да разгледаме правоъгълник с широчина 2 клечки и да направим две квадратчета с обща страна. Необходими са 7 клечки. За всеки две нови квадратчета с обща страна ще ни трябват по 5 клечки. Но $(157 - 7) : 5 = 150 : 5 = 30$. Разглежданият правоъгълник е съставен от $2 + 30 \cdot 2 = 62$ квадратчета. **(0,5 т.)**

3.) Да разгледаме правоъгълник с широчина 3 клечки и да направим правоъгълник с 3 квадратчета. Необходими са 10 клечки. За всяка нова група от три квадратчета ще ни трябват по 7 клечки. Но $(157 - 10) : 7 = 147 : 7 = 21$. Разглежданият правоъгълник е съставен от $3 + 21 \cdot 3 = 66$ квадратчета. **(0,5 т.)**

4.) Да разгледаме правоъгълник с широчина 4 клечки и да направим правоъгълник с 4 квадратчета. Необходими са 13 клечки. За всяка нова група от четири квадратчета ще ни трябват по 9 клечки. Но $(157 - 13) : 9 = 144 : 9 = 16$. Разглежданият правоъгълник е съставен от $4 + 16 \cdot 4 = 68$ квадратчета. **(0,5 т.)**

5.) Да разгледаме правоъгълник с широчина 5 клечки и да направим правоъгълник с 5 квадратчета. Необходими са 16 клечки. За всяка нова група от пет

квадратчета ще ни трябват по 11 клечки. Но $(157-16):11=141:11=12$ (ост. 9).
Заклучаваме, че не е възможно да се направи правоъгълник от разглеждания вид с всичките клечки. **(0,5 т.)**

6.) Да разгледаме правоъгълник с широчина 6 клечки и да направим правоъгълник с 6 квадратчета. Необходими са 19 клечки. За всяка нова група от шест квадратчета ще ни трябват по 13 клечки. Но $(157-19):13=138:13=10$ (ост. 8).
Заклучаваме, че не е възможно да се направи правоъгълник от разглеждания вид с всичките клечки. **(0,5 т.)**

7.) Да разгледаме правоъгълник с широчина 7 клечки и да направим правоъгълник със 7 квадратчета. Необходими са 22 клечки. За всяка нова група от седем квадратчета ще ни трябват по 15 клечки. Но $(157-22):15=135:15=9$.
Разглежданият правоъгълник е съставен от $7+9\cdot7=70$ квадратчета. **(0,5 т.)**

8.) Да разгледаме правоъгълник с широчина 8 клечки и да направим правоъгълник с 8 квадратчета. Необходими са 25 клечки. За всяка нова група от осем квадратчета ще ни трябват по 17 клечки. Но $(157-25):17=132:17=7$ (ост. 13).
Заклучаваме, че не е възможно да се направи правоъгълник от разглеждания вид с всичките клечки. **(0,5 т.)**

Тъй като широчината трябва да е по-малка от дължината, други възможности не съществуват. Получените резултати нанасяме в таблица:

широчина	брой квадратчета
1 клечка	52
2 клечки	62
3 клечки	66
4 клечки	68
7 клечки	70

Правоъгълникът на Коки е със 70 квадратчета, широчина 7 клечки и дължина 10 клечки. Размерите му са 20 см и 14 см. **(1 т.)**

Правоъгълникът на Любо е с 52 квадратчета, широчина 1 клечка и дължина 52 клечки. Размерите му са 104 см и 2 см. **(1 т.)**

Правоъгълникът на Анди е с 66 квадратчета, широчина 3 клечки и дължина 22 клечки. Размерите му са 44 см и 6 см. **(1 т.)**

Задачите са предложени, както следва:

Задача 4.1. – Иван Ангелов и Стоян Ненков

Задача 4.2. – Емил Карлов

Задача 4.3. – Иван Ангелов и Стоян Ненков